

GEORG CANTOR



Georg Cantor (1845-1918)

Georg Cantor yang berasal dari Jerman, merupakan pemain biola yang luar biasa, tetapi ahli matematik yang lebih cemerlang. Beliau dilahirkan di Saint Petersburg, Rusia, di mana dia tinggal sehingga dia berumur sebelas tahun. Selepas itu, keluarganya berpindah ke Jerman, dan Cantor menerima pendidikannya di Darmstadt, Zürich, Berlin dan Göttingen sebelum berkahwin dan menetap di Universiti Halle.

Beliau menjadi profesor di Halle pada usia 34 tahun dengan prestasi cemerlang dan bercita-cita untuk berpindah ke universiti yang lebih berprestij, seperti Berlin. Sebahagian besar usahanya digagalkan oleh Leopold Kronecker, tokoh yang mantap dalam masyarakat matematik dan Bekas profesor Cantor, yang pada asasnya tidak bersetuju dengan teras kerja Cantor.

Sepuluh karya pertama Cantor adalah berkaitan dengan teori nombor dan seterusnya beliau mengalihkan perhatiannya kepada kalkulus (atau analisis seperti yang telah diketahui saat ini), menyelesaikan masalah terbuka yang sulit pada keunikan perwakilan fungsi oleh siri trigonometri. Walau bagaimanapun, warisan utama beliau adalah sebagai mungkin ahli matematik pertama yang benar-benar memahami makna infiniti dan memberikannya ketepatan matematik. Sebenarnya, beliau menunjukkan bahawa mungkin ada banyak nombor tak terhingga yang tak terhingga. Keberaniannya terhadap teori Cantor mengetepikan revolusi yang tenang di dalam komuniti matematik, dan berubah selamanya dengan cara mendekatkan matematik.

Penglibatan pertama bermula pada awal tahun 1870 apabila dia menganggap nombor siri tak terhingga (1, 2, 3, 4, 5, ...), dan kemudian satu siri tak terhingga sepuluh (10, 20, 30, 40, 50, ...). Dia menyedari bahawa, walaupun gandaan sepuluh adalah jelas subset dari nombor semulajadi, kedua-dua siri itu boleh dipasangkan secara satu-satu-satu (1 dengan 10, 2 dengan 20, 3 dengan 30, dan lain-lain) iaitu satu proses yang dikenali sebagai bijection yang menunjukkan bahawa mereka adalah "saiz" yang sama dengan set tak terhingga, kerana mereka mempunyai bilangan elemen yang sama. Teori ini juga digunakan kepada subset yang lain dari nombor semulajadi, seperti bilangan nombor 2, 4, 6, 8, 10, dll, atau kotak 1, 4, 9, 16, 25, dan sebagainya, dan juga kepada set nombor negatif dan bilangan bulat. Sebenarnya, Cantor menyedari bahawa dia boleh, dengan cara yang sama, dapat memasangkan semua pecahan

(atau nombor rasional) dengan semua angka-angka, dengan itu menunjukkan bahawa bilangan rasional juga sama dengan tak terhingga seperti nombor semula jadi, walaupun perasaan intuitif yang mesti ada pecahan lebih daripada angka keseluruhan.

Walau bagaimanapun, apabila Cantor dianggap siri tak terhingga nombor perpuluhan, yang termasuk nombor tidak rasional seperti π , e dan $\sqrt{2}$, kaedah ini telah rosak. Dia menggunakan hujah-hujah yang pintar beberapa (satu adalah "hujah pepenjuru" yang dijelaskan di dalam kotak di sebelah kanan) untuk menunjukkan bagaimana ia sentiasa mungkin untuk membina nombor perpuluhan baru yang hilang dari senarai asal, dan membuktikan bahawa tak terhingga perpuluhan nombor (atau, secara teknikal, nombor nyata) sebenarnya lebih besar daripada tak terhingga jumlah semula jadi.

Walau penting, walaupun kerja Cantor di antara tahun 1874 dan 1884 menandakan asal teori set yang sebenar, yang sejak itu menjadi sebahagian asas matematik moden, dan konsep asasnya digunakan dipelbagai cabang matematik. Walaupun konsep set telah digunakan secara tersirat sejak permulaan matematik, sejak kembali kepada gagasan Aristoteles, ini terhad kepada set terhingga sehari-hari. Dalam kontradiksi, "tak terhingga" disimpan agak berasingan, dan sebahagian besarnya dianggap topik untuk falsafah, bukannya matematik, perbincangan. Cantor, bagaimanapun, menunjukkan bahawa sama ada terdapat set terhingga yang berbeza, mungkin ada set tak terhingga yang berlainan saiz, beberapa di antaranya boleh dipertimbangkan dan beberapa di antaranya tidak dapat dijelaskan.

Sepanjang tahun 1880-an dan 1890-an, beliau menyempurnakan teori set, menetapkan set-set dan set kuasa yang diperintahkan dan memperkenalkan konsep-konsep ordinar dan kardinaliti dan aritmetik set tak terhingga. Apa yang kini dikenali sebagai teorem Cantor menyatakan bahawa, bagi mana-mana set A , set kuasa A (iaitu set semua subset A) mempunyai kardinaliti yang lebih besar daripada A itu sendiri. Secara lebih khusus, set kuasa set terhingga tak terhingga tak terhingga tak terhingga.